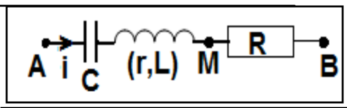
SERIE 6 — DIPOLE RLC EN REGIME FORCE — $4^{ème}$ Annèe(B.Amor)

Exercice 1: On excite le dipôle AB (L= 0,15H, R= 80Ω et r et C inconnues) avec une tension sinusoïdale **$u(t) = U\sqrt{2}\sin \omega t$** avec U = 6V et ω réglable.



Sur l'écran d'un oscillographe bicourbe, on observe les tensions u= $u_{AB}(t)$ et $u_R = u_{MB}(t)$.

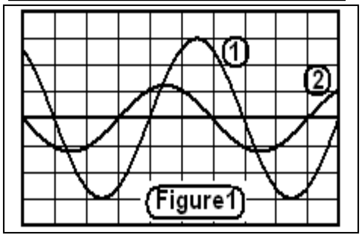


Figure1

1) Pour une pulsation ω de l'excitation, on obtient l'oscillogramme de la figure1. La sensibilité horizontale correspond à 2 ms / division et la sensibilité verticale est la même pour les deux voies Y_1 et Y_2 (lire 3 div. et 1,2 div. pour les maximums).

a) Identifier ces courbes. Calculer ω et la tension efficace aux bornes du résistor R.

b) Déterminer le déphasage de u par rapport à i et établir l'expression de i (t).

c) Calculer l'impédance Z du dipôle AB et déduire du diagramme de Fresnel les valeurs de r et C.

d) Etablir l'expression $u_b(t)$ de la tension aux bornes de la bobine.

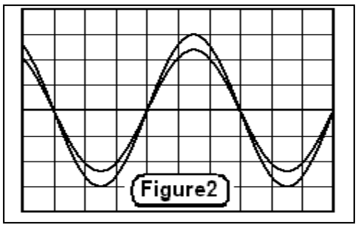


Figure2

2) En faisant changer l'un des paramètres C ou ω, on obtient la figure 2.

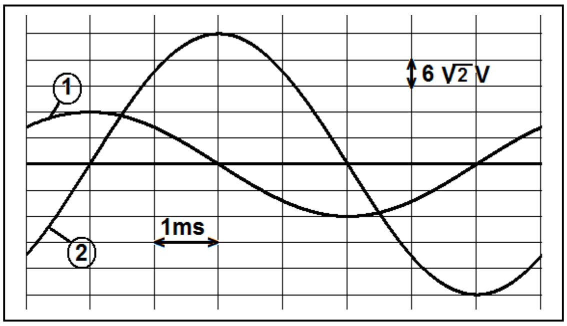
a) Lequel de ces deux paramètres a-t-on changé ? Calculer sa nouvelle valeur.

b) Calculer l'intensité efficace du courant et la valeur efficace de $u_R(t)$.

c) Calculer la puissance moyenne dissipée dans le dipôle AB.

d) Calculer le facteur de surtension et établir l'expression de la tension $u_C(t)$.

Exercice 2: A l'aide d'un générateur délivrant la tension $u(t) = U\sqrt{2}\sin 2\pi Nt$, on excite un dipôle AB comportant en série un condensateur de capacité C, un résistor de résistance R=100Ω et une bobine d'inductance L et de résistance r =20Ω. On règle N = N_1 et on observe les tensions u (t) et $u_C(t)$ sur un oscilloscope bicourbe.



1) Représenter le montage et les branchements avec l'oscilloscope.

2) Montrer que la courbe (2) représente la tension $u_C(t)$. Quelle est la nature du circuit.

3) a) Déterminer les valeurs de N_1, de l'intensité efficace I_0, et du facteur de surtension Q.

b) Calculer les valeurs de L et C.

c) Calculer l'énergie W consommée chaque période par le dipôle AB. Montrer que l'énergie E emmagasinée dans AB se conserve et calculer sa valeur.

4) Pour quelles fréquences N_2 et N_3 ($N_2 < N_3$), l'intensité efficace prend-elle la valeur $I = I_0/\sqrt{2}$.

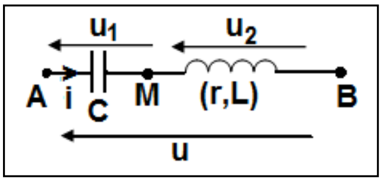
5) Pour une valeur $N_r < N_0$, la tension efficace U_C prend sa valeur **maximale** U_{Cr} (résonance de charge).

a) Etablir l'équation différentielle avec la variable u_C. Déduire du diagramme de Fresnel, l'expression U_C= f(N).

b) Montrer que $N_r = \sqrt{N_0^2 - (R+r)^2/(8\pi^2L^2)}$. Calculer N_r, l'impédance Z du dipôle AB et la valeur de U_{Cr}.

c) Etablir les expressions de i (t) et $u_C(t)$ pour la fréquence N_r.

Exercice 3: Pour déterminer les caractéristiques r et L d'une bobine, on la branche en série avec un condensateur de capacité C=11,23µF et on alimente l'ensemble avec une tension sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\sin 2\pi f\, t$ avec f =85Hz.



La mesure des tensions efficaces donne : U = 75V, U_1 =125V et U_2 =100V.

1) Etablir l'équation différentielle du circuit avec la variable i. Montrer que le circuit est capacitif et construire le diagramme de Fresnel relatif aux tensions efficaces (Echelle : 1cm pour 25V).

2) Calculer l'intensité efficace du courant dans le circuit, et l'impédance Z du dipôle AB.

3) Calculer les valeurs de L et r. Vérifier ces valeurs graphiquement.

4) Calculer le facteur de puissance et établir les expressions de i (t), $u_1(t)$ et $u_2(t)$.

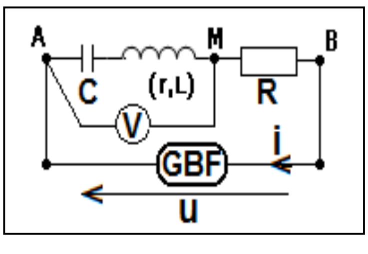
Exercice 4: Un dipôle RLC (C = 2,5µF et L = 0,4 H, r et R inconnues) est excité par une tension $u(t) = U\sqrt{2}\sin(2\pi N t + \varphi)$ avec U = 100V.

1) Etablir l'équation différentielle du circuit dont la solution est $i = I\sqrt{2}\sin 2\pi N\, t$.

2) Pour N = N_1, le voltmètre indique une tension nulle et l'intensité efficace prend sa valeur maximale I_1 = 2A.

a) Quelle est la nature du circuit ? Calculer N_1 et montrer que la résistance de la bobine est nulle.

b) Calculer R, le facteur de surtension Q et le facteur de puissance du circuit.



3) On règle la fréquence du générateur à N_2 = 250Hz.

a) Quelle est la nature du circuit ? Calculer I_2 et φ. Qu'indique le voltmètre?

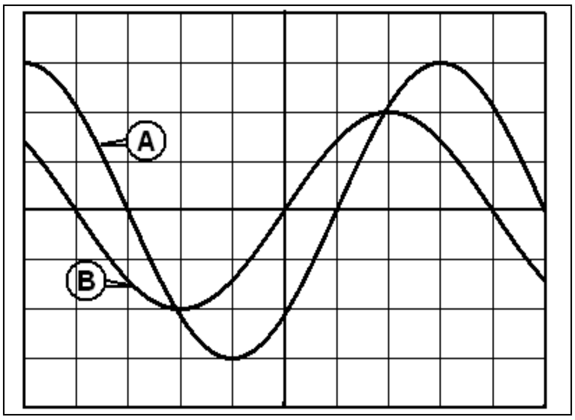
b) Calculer la puissance moyenne P_2 consommée par le dipôle AB.

c) Représenter sur le même graphique les courbes P (N) et φ (N).

d) Pour quelle autre fréquence N_3 obtient-on la même puissance P_2.

Exercice 5 :

Un générateur ''basse fréquence'' alimente un dipôle électrique (D) qui comporte en série un condensateur de capacité **$C = 6.10^{-6}$F**, un résistor de résistance **R = 66 Ω**, et une bobine d'inductance L et de résistance r.
Ce générateur maintient aux bornes de ce dipôle une tension sinusoïdale d'expression
$u(t) = U_m \sin 2\pi Nt$ d'amplitude U_m et de fréquence N réglable.
A l'aide d'un oscilloscope bicourbe, on visualise simultanément les tensions u (t) aux bornes du GBF, et $u_R(t)$ aux bornes du résistor R. Les sensibilités verticales sont les mêmes sur les voies Y_1 et Y_2 (10V/division) et la sensibilité horizontale est 1 ms/division.



1) Représenter le schéma du montage en précisant les connexions nécessaires avec l'oscilloscope pour visualiser u (t) sur la voie Y_1 et $u_R(t)$ sur la voie Y_2.

2) a) Donner l'expression de l'impédance Z du dipôle (D) en fonction de la fréquence N.

b) Montrer que la courbe (A) correspond à la tension u (t).

3) En exploitant l'oscillogramme

a) Déterminer les valeurs de la fréquence N et des tensions maximales U_m et U_{Rm}.

b) Calculer le déphasage $(\varphi_u - \varphi_i)$. Le circuit est-il résistif, inductif ou capacitif ?

4) Déterminer l'expression i (t) de l'intensité du courant en précisant les valeurs de l'amplitude I_m, de la phase initiale φ_i et de la pulsation ω.

5) a) Construire le diagramme de Fresnel relatif aux tensions maximales et déduire les valeurs de r et L.

b) Calculer la puissance moyenne consommée par le dipôle (D).

6) On veut obtenir la résonance d'intensité et on prendra L = 0,18 H et r = 4 Ω.

a) A quelle valeur faut-il régler la fréquence du GBF.

b) Calculer le facteur de surtension du dipôle D.

c) Etablir les expressions des tensions $u_R(t)$ et $u_C(t)$.

Exercice 6 :

On considère un circuit électrique constitué en série de :

G : Générateur basse fréquence maintenant entre ces bornes une tension sinusoïdale **$u(t) = U_m \sin(\omega t)$**.
D : Dipôle formé d'un condensateur de capacité **C** en série avec une bobine d'inductance **L** et de résistance **r = 10 Ω**.
R : Conducteur ohmique de résistance **R = 40 Ω**.

1) Sur la figure (1), on a représenté les tensions u (t) et $u_1(t)$ aux bornes de l'un des éléments du dipôle D.
   a- Préciser, en le justifiant, lequel des éléments du dipôle D est soumis à la tension $u_1(t)$.
   b- Montrer que le circuit est résistif.
   c- Calculer le coefficient de surtension Q du circuit et l'intensité efficace du courant dans ce circuit.
2) La figure (2) donne la variation de la tension u_D aux bornes du dipôle D en fonction de ω.

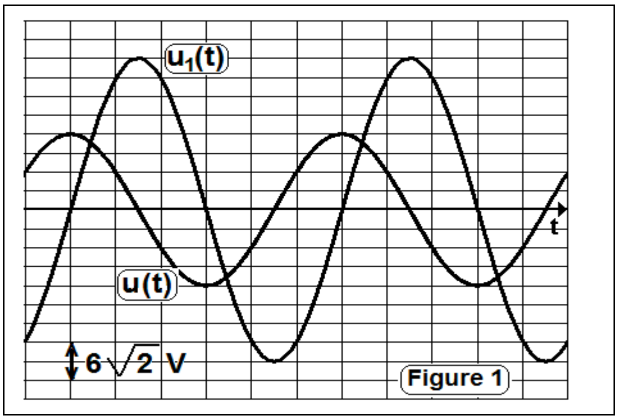


Figure 1

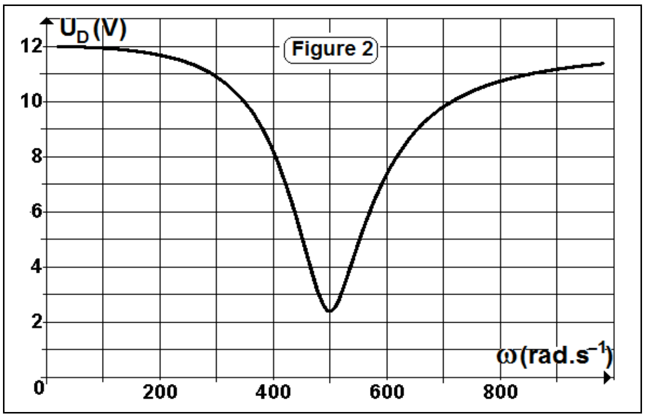


Figure 2

a- Donner l'expression de l'impédance Z_D du dipôle D.

b- Montrer que $\dfrac{U_D^2}{U^2} = 1 - \dfrac{R^2 + 2rR}{(R+r)^2+(L\omega - 1/C\omega)^2}$

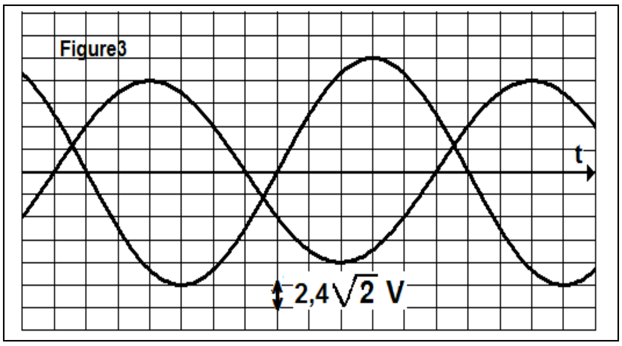
c- Vérifier que le minimum de la courbe de la figure (2) correspond à la résonance d'intensité.

d- Déterminer la capacité C du condensateur et l'inductance L de la bobine.

e- Calculer l'énergie électrique consommée chaque période par le dipôle (D + R) à la résonance d'intensité

3°) Pour de nouvelles valeurs de ω et de L, on obtient les courbes u (t) et u_1(t) de la figure 3.

On prendra C = 20 μF.



a- Déterminer le déphasage $\varphi_u - \varphi_{u1}$ et en déduire $\varphi_u - \varphi_i$ et la nature du circuit.

b- Déterminer la valeur efficace de u_1, l'intensité efficace du courant et déduire la nouvelle valeur de ω.

c- Représenter le diagramme de Fresnel relatif aux tensions efficaces correspondant à ce circuit.

d- Déterminer l'expression de u_D (t).

Exercice 7: On donne : $\pi^2 = 10$

Un dipôle MN est constitué par l'association en série des dipôles suivants :

Un résistor de résistance R = 20Ω

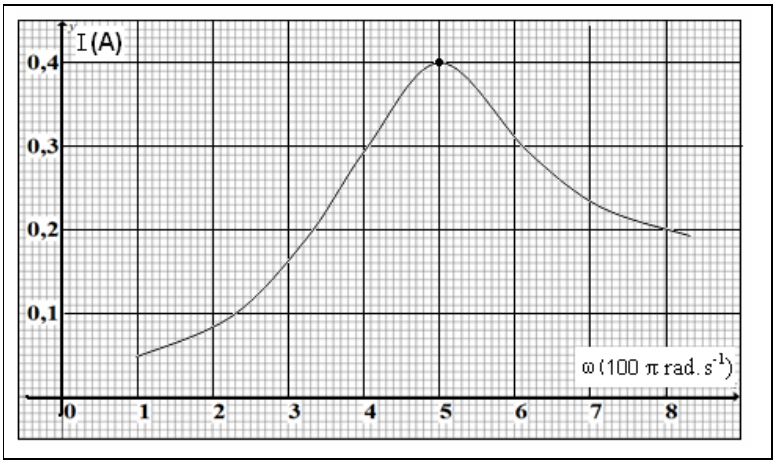
Une bobine de résistance r et d'inductance L

Un condensateur de capacité C = 4μF

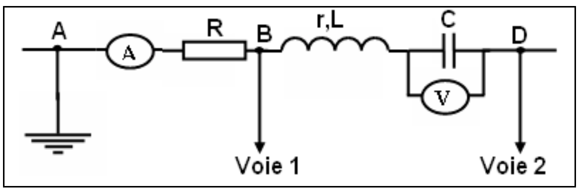
A l'aide d'un générateur G.B.F de fréquence réglable on applique aux bornes de ce dipôle une tension alternative sinusoïdale : u (t) = U $\sqrt{2}$ sin (ωt)

On fait varier N en maintenant la tension efficace U constante (U = 10V). On obtient la courbe I = f(ω).

1) Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant dans le circuit.
2) On donne la courbe I = f(ω), déterminer :
   -a- La pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.
   -b- L'inductance L de la bobine.
   -c- La résistance r.
3) Calculer le facteur de qualité Q et en déduire la tension efficace U_C aux bornes du condensateur.
4) Montrer que l'énergie électrique du circuit reste constante pour N = N_0. Calculer sa valeur E.
5) Pour I = 0,3A, écrire les expressions de i(t) et u_b(t) dans le cas du circuit capacitif.



<u>Exercice 8</u> : On considère la portion de circuit MN de la figure ci-dessous comprenant en série:



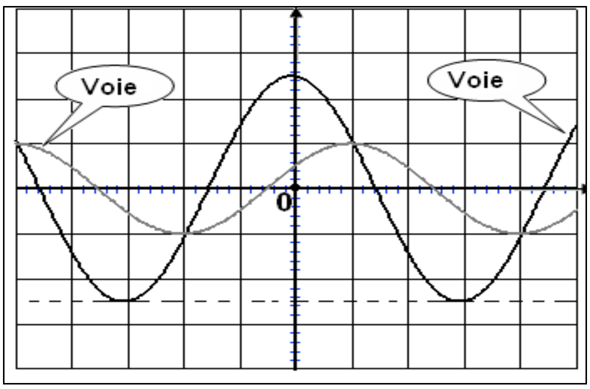
- ♦ Un résistor de résistance R = 10Ω
- ♦ Une bobine de résistance r et d'inductance L
- ♦ Un condensateur de capacité C
- ♦ Un ampèremètre de résistance négligeable

L'ensemble est alimenté par une tension sinusoïdale :

u (t) = U $\sqrt{2}\sqrt{2}$ sin (ωt + φ_u) de valeur efficace constante U = 30V. On fixe la pulsation de l'excitateur à une valeur : $\omega = 10^3$ rad.s^{-1}.

A l'aide d'un oscilloscope bicourbe, on obtient l'oscillogramme ci-contre.

La même sensibilité est utilisée pour les deux voies.



1) Préciser la nature du circuit.
2) Déterminer le déphasage Δφ de l'intensité i(t) par rapport à la tension excitatrice u(t).
3) Calculer : a- La valeur de l'intensité du courant indiqué par l'ampèremètre.
   b- L'impédance Z du circuit électrique.
4) Établir les expressions de l'intensité i(t) et de la tension u(t).
5) Le voltmètre (V) indique une valeur égale à 18V.

-a- Représenter à l'échelle: (5Ω représenté par 2 cm), la construction de Fresnel relative aux impédances.
-b- En déduire la résistance r et l'inductance L de la bobine.

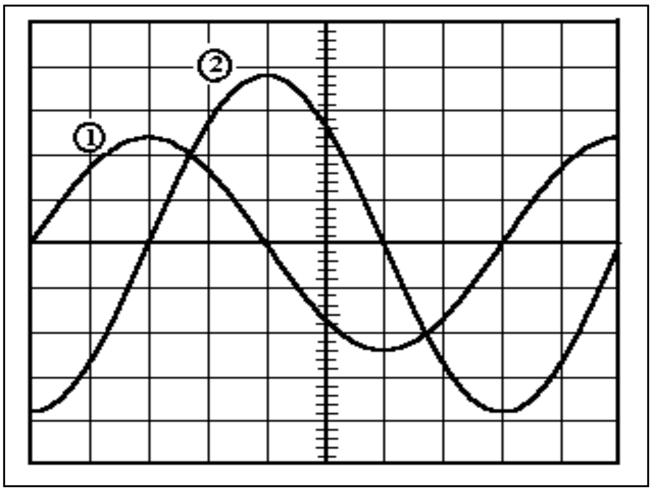
Exercice 9

On monte en série un résistor de résistance R, une bobine de résistance r et d'inductance L et un condensateur de capacité C.

On établit aux bornes de l'ensemble une tension sinusoïdale $u(t) = U\sqrt{2}\sin 2\pi N t$ de valeur efficace U = 12V et de fréquence N réglable.

I) Pour une fréquence $N = N_0 = 159$ Hz, l'intensité efficace du courant dans le circuit passe par un maximum $I_0 = 0{,}24$ A et la tension efficace aux bornes du résistor est $U_R = 9{,}6$V.

1) Calculer les valeurs des résistances R et r.
2) Sur un oscilloscope bicourbe, on visualise les tensions u (t) sur la voie (1) et u_C (t) sur la voie (2). On observe sur l'écran l'oscillogramme de la figure ci-dessous (La sensibilité verticale est la même pour les deux voies).



a) Faire le schéma du montage en précisant les branchements avec l'oscilloscope.
b) Montrer que la courbe (2) correspond à u_C (t).
c) Calculer le coefficient de surtension Q.
d) Calculer les valeurs de C et L.

3) a) Montrer que u (t) et u_C (t) vérifient à chaque instant la relation $u_C^2 = -Q^2u^2 + 2U_C^2$.
b) Etablir l'expression de l'énergie électrique totale E du circuit en fonction de u_C et u. Déduire qu'elle se conserve et calculer sa valeur.

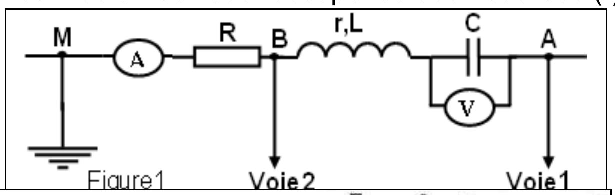
II) On fait diminuer, à partir de N_0, la fréquence N.
On obtient pour une valeur N_1 de cette fréquence, une intensité efficace du courant $I_1 = 92{,}3$ mA.

a) Calculer l'impédance Z de l'ensemble pour la fréquence N_1.
b) Représenter le diagramme de Fresnel relatif aux impédances (Echelle : 1cm pour 20 Ω).
c) Calculer la valeur de N_1.
d) Déterminer l'expression i (t) de l'intensité du courant dans le circuit.

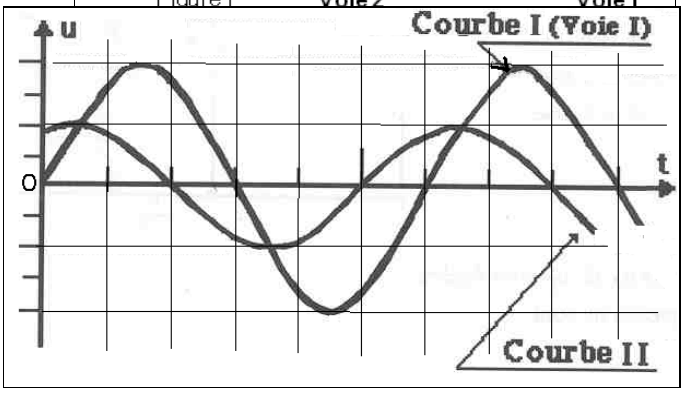
Exercice 10 (Bac 96C)

On monte, en série, un résistor de résistance R =10 Ω, une bobine d'inductance L= 0,6 H et de résistance r et un condensateur de capacité C. On applique entre les bornes A et M du dipôle ainsi obtenu une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(2\pi Nt)$ de fréquence N réglable. On relie la voie I, la voie II et la masse d'un oscilloscope bicourbe respectivement aux points A, B et M du circuit (figure 1).

Pour une fréquence $N = N_1$ de la tension d'alimentation, on obtient sur l'écran de l'oscilloscope les deux courbes (I) et (II) de la figure ci-dessous.



Echelle :
1cm sur l'axe des abscisses représente 10^{-3}s
1cm sur l'axe des ordonnées représente 2V pour la courbe I
1cm sur l'axe des ordonnées représente 1V pour la courbe II



1) Déduire à partir des courbes de la figure 2:
a- La fréquence N_1 de la tension d'alimentation.
b- Les valeurs maximales U_m et U_{BMm} respectivement de la tension d'alimentation et de la tension aux bornes du résistor.
c- Le déphasage de la tension instantanée $u_{BM}(t)$ par rapport à la tension d'alimentation.

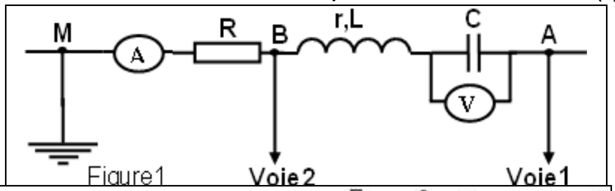
2) Déterminer l'intensité instantanée i(t) du courant qui circule dans le circuit, en précisant sa valeur maximale, sa fréquence et sa phase.
3) Déterminer la valeur de la résistance r et celle de la capacité C.
4) On ajuste la fréquence N à une nouvelle valeur N_2 et on relève les tensions maximales suivantes :
Entre A et B : $U_{ABm} = 2$V ; Entre B et M : $U_{BMm} = 2$V ; Entre A et M : $U_m = 4$V
a- Montrer que le circuit est, dans ces conditions, en résonance d'intensité.
Calculer alors l'intensité efficace I_0 du courant.

b- Déterminer la fréquence N_2 de la tension excitatrice.
c- Calculer le coefficient de surtension du circuit.

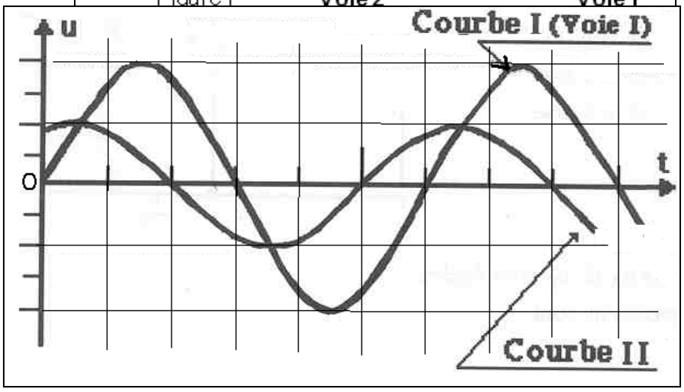
<u>Exercice 10</u> (Bac 96C)

On monte, en série, un résistor de résistance R =10 Ω, une bobine d'inductance L= 0,6 H et de résistance r et un condensateur de capacité C. On applique entre les bornes A et M du dipôle ainsi obtenu une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \sin(2\pi Nt)$ de fréquence N réglable. On relie la voie I, la voie II et la masse d'un oscilloscope bicourbe respectivement aux points A, B et M du circuit (figure 1).

Pour une fréquence $N = N_1$ de la tension d'alimentation, on obtient sur l'écran de l'oscilloscope les deux courbes (I) et (II) de la figure ci-dessous.



Echelle :
1cm sur l'axe des abscisses représente 10^{-3}s
1cm sur l'axe des ordonnées représente 2V pour la courbe I
1cm sur l'axe des ordonnées représente 1V pour la courbe II

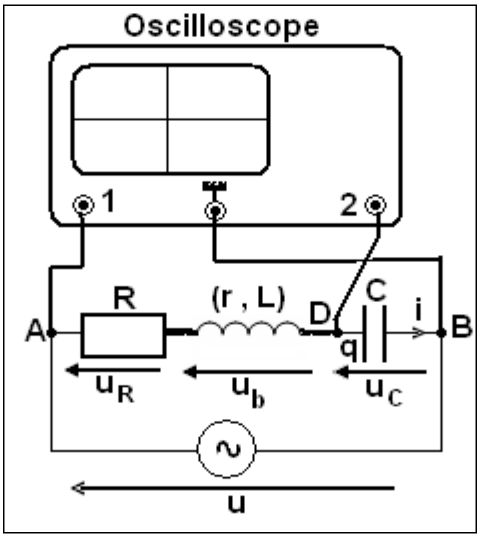


1) Déduire à partir des courbes de la figure 2:
   a- La fréquence N_1 de la tension d'alimentation.
   b- Les valeurs maximales U_m et U_{BMm} respectivement de la tension d'alimentation et de la tension aux bornes du résistor.
   c- Le déphasage de la tension instantanée $u_{BM}(t)$ par rapport à la tension d'alimentation.

2) Déterminer l'intensité instantanée i(t) du courant qui circule dans le circuit, en précisant sa valeur

CORRECTION DE L'EXERCICE 2

(Série 6)



1) $u(t)=u_{AB}$ est observée sur l'entrée (1) et $u_C(t) = u_{DB}$ sur l'entrée (2).
Le condensateur doit avoir une borne commune avec le GBF : c'est la borne B (doit être branchée à la masse).

2) Pour ident*

ifier u(t) et u_C (t), on compare les phases : u (t) est toujours en avance de phase par rapport à u_C (t) $\Rightarrow$ $\varphi_u - \varphi_{uC} > 0$. Montrons ça.

On a : $-\frac{\pi}{2} < \varphi_u - \varphi_i < \frac{\pi}{2}$. Or $\varphi_i = \varphi_{uC} + \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \varphi_u - \varphi_{uC} - \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

$0 < \varphi_u - \varphi_{uC} < \frac{\pi}{2}$. D'

où : $\varphi_u - \varphi_{uC} > 0$. Donc : u_C (t) est la courbe (2).
D'après l'oscillogramme, les 2 courbes sont en quadrature de

phase $\Rightarrow$ $\varphi_u - \varphi_{uC} = \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$ $\varphi_u - \varphi_i + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$ $\varphi_u - \varphi_i = 0$.

u et i sont en phase $\Rightarrow$ le circuit est résistif (en résonance de i).

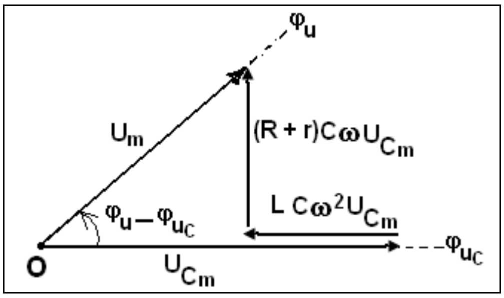
3) $N_1 = N_0$ est la fréquence propre du dipôle RLC.

a) On lit T_0 = 8 ms $\Rightarrow$ **N_0 = 125 Hz.**

$I_0 = \frac{U}{Z}$ avec <u>U = 12V</u> et Z = R + r = 120Ω $\Rightarrow$ **I_0 = 0,1A**. $Q = \frac{U_C}{U}$ avec <u>U_C = 30V</u> $\Rightarrow$ **Q = 2,5.**

b) $Q = \frac{L\omega_0}{R+r} \Rightarrow L = \frac{Q\,(R+r)}{\omega_0} = \frac{2,5\times 120}{250\pi} \Rightarrow$ **L = 0,382 H.** Aussi : $Q = \frac{1}{C\omega_0(R+r)} \Rightarrow C = \frac{1}{Q\,\omega_0(R+r)} \Rightarrow$ **C = 4,24 μF**

c) Energie consommée : $W = PT = (R+r)I_0^2\,T = 1,2 \times 8.10^{-3} = 9,6.10^{-3}$J.



Energie emmagasinée : $E = E_e + E_m = \frac{1}{2}C\ u_C^2 + \frac{1}{2}\ L\ i^2 = \frac{1}{2}L\ I_m^2$

$\sin^2(\omega\ t + {}_{+i}) + \frac{1}{2}C\ U_{Cm}^2 \cos^2(\omega\ t + \varphi_i)$.

Or : $\frac{1}{2}C\ U_{Cm}^2 = \frac{1}{2}C(I_m^2/C^2\omega^2) = \frac{1}{2}L\ I_m^2$. D'où : $E = \frac{1}{2}L\ I_m^2 \Rightarrow \boxed{E = L\,I^2.}$ AN

4: $E = 3,82.10^{-3}$J.

4) a) Loi des mailles : $u_C + u_b + u_R = u \Rightarrow (R+r)\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C}q = u$

$\Rightarrow u_C + (R+r)\,C\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = u$

D'après le diagramme de Fresnel :

$$U_C = \frac{U}{\sqrt{(R+r)^2C^2\omega^2 + (LC\omega^2 - 1)^2}}$$

b) U_C est maximale $\Rightarrow g(\omega) = (R+r)^2\omega^2 + (L\omega^2 - 1/C)^2$

est minimale $\Rightarrow \frac{dg}{d\omega} = 0$

$\Rightarrow (R+r)^2.2\omega + 2\,(L\omega^2 - 1/C).\,2\omega\,L = 0 \Rightarrow (R+r)^2 + 2\,L^2\omega^2 - 2\,L/C = 0 \Rightarrow \omega = \omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{(R+r)^2}{2.L^2}}$

$N_2 = \frac{\omega_1}{2\pi} \Rightarrow N_2 = \sqrt{N_0^2 - \frac{(R+r)^2}{8\pi^2L^2}}$. AN : **$N_2$ = 120 Hz.**

$Z = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2} \Rightarrow$ **Z = 123 Ω.**

Valeur max. de U_C : $U_{C2} = I/C\omega = U/ZC\omega = 12/(123\times 4,24.10^{-6}\times 240\pi) \Rightarrow$ **U_{C2} = 30,5 V**.

c) $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_i)$ avec $I = U/Z = 12/123 = 9{,}76.10^{-2}$A.

$\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \dfrac{(R+r)}{Z} = 120/123 = 0{,}976 \Rightarrow \varphi_u - \varphi_i = -0{,}22$rad (circuit capacitif) $\Rightarrow \varphi_i = 0{,}22$rad

D'où $\mathbf{i(t) = 9{,}76.10^{-2}\sqrt{2}\sin(240\pi t + 0{,}22)}$.

$u_C(t) = U_C\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_{uC})$ avec $\varphi_{uC} = \varphi_i - \dfrac{\pi}{2} = -1{,}35$ rad $\Rightarrow$ $\mathbf{u_C(t) = 30{,}5\sqrt{2}\sin(240\pi t - 1{,}35)}$

5) $I = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow \dfrac{U}{Z} = \dfrac{U}{(R+r)\sqrt{2}} \Rightarrow Z^2 = 2(R+r)^2 \Rightarrow (L\omega - \dfrac{1}{C\omega}) = \pm(R+r) \Rightarrow L\omega^2 \pm (R+r)\omega - \dfrac{1}{C} = 0$

$\Delta = (R+r)^2 + 4\,L/C \Rightarrow \omega_3 = \dfrac{-(R+r)+\sqrt{\Delta}}{2L} = 644$ rad.s^{-1} et $\omega_4 = \dfrac{(R+r)+\sqrt{\Delta}}{2L} = 958$ rad.s^{-1}

D'où : $\mathbf{N_3 = 102}$ **Hz** et $\mathbf{N_4 = 152}$ **Hz**. (On montre que : $\mathbf{N_4 - N_3 = \dfrac{N_0}{Q}}$ et $\mathbf{N_4 N_3 = N_0^2}$).

CORRECTION DE L'EXERCICE 4 (Série 6)

1) Loi des mailles : $u_C + u_b + u_R = u \Rightarrow (R+r)\,i + L\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{C}\int i\,dt = u$. (schéma du circuit obligatoire).

2) a) I est max $\Rightarrow$ C'est la résonance de i $\Rightarrow$ $N = N_0$ (fréquence propre du dipôle AB).

Le circuit est alors résistif (u et i en phase). $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} = 10^3$ rad.s^{-1} $\Rightarrow N_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} = 159$ Hz.

Le voltmètre indique la valeur efficace de $u_{AM} = u_C + u_b \Rightarrow U_{AM} = 0 \Rightarrow Z_{AM} = 0$.

D'où : $r^2 + (L\omega - \dfrac{1}{C\omega})^2 = 0$. Or on a : $L\omega - \dfrac{1}{C\omega} = 0 \Rightarrow \boxed{r = 0.}$

b) L'impédance du dipôle AB est : $Z = R = \dfrac{U}{I_0} = 50\ \Omega$.

<u>Facteur de surtension</u> : $Q = \dfrac{U_C}{U} = \dfrac{Z_C}{Z} = \dfrac{1}{RC\omega} \Rightarrow Q = \dfrac{L\omega_0}{R} = \dfrac{0{,}4\times10^3}{50} \Rightarrow \underline{Q = 8}$

<u>Facteur de puissance</u> : $\cos(\varphi_u - \varphi_i) = 1$ (car $\varphi_u = \varphi_i$).

3) a) $N = 250$ Hz $> N_0 \Rightarrow$ Le circuit est inductif.

$I = \dfrac{U}{Z}$ et $\cos\varphi = \cos(\varphi_u - \varphi_i) = \dfrac{R}{Z}$ avec $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}$ et $\omega = 500\,\pi$ rad.s^{-1} $\Rightarrow Z = 377\ \Omega$.

D'où : $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{100}{377} = 0{,}265$ A et $\cos\varphi = \dfrac{50}{377} = 0{,}133 \Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i = 1{,}44$ rad (82,5°).

Le voltmètre indique : $U_1 = Z_1 I = (L\omega - \dfrac{1}{C\omega})\,I$. Donc : $U_1 = 99$ V. 1 – 1

b) $P = R I^2 = 3{,}51$W

c) <u>Courbe P(N)</u> : $P = R I^2 = R\dfrac{U^2}{Z^2} \Rightarrow$

$P(N) = \dfrac{RU^2}{R^2 + (2\pi LN - 1/(2\pi CN))^2}$

Si $N \longrightarrow 0 \Rightarrow P \longrightarrow 0$

Si $N \longrightarrow \infty \Rightarrow P \longrightarrow 0$

Si $N = N_0 \Rightarrow P = \dfrac{U^2}{R} = 200$ W

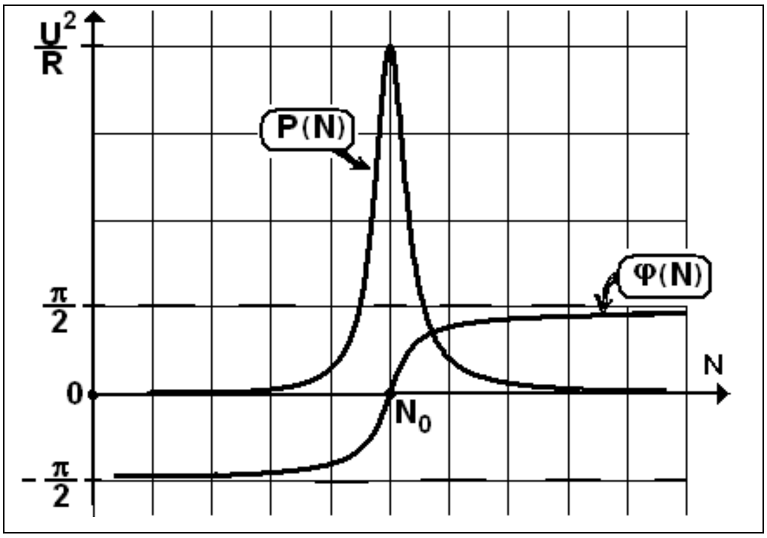
<u>Courbe φ(N)</u> : $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z} > 0 \Rightarrow -\dfrac{\pi}{2} \le \varphi \le \dfrac{\pi}{2}$

$\text{tg}\,\varphi = \dfrac{2\pi LN - 1/(2\pi CN)}{R}$

Si $N \longrightarrow 0 \Rightarrow \text{tg}\,\varphi \longrightarrow -\infty$ et $\varphi \longrightarrow -\dfrac{\pi}{2}$

Si $N \longrightarrow \infty \Rightarrow \text{tg}\,\varphi \longrightarrow +\infty$ et $\varphi \longrightarrow +\dfrac{\pi}{2}$

Si $N = N_0 \Rightarrow \text{tg}\,\varphi = 0$ et $\varphi = 0$

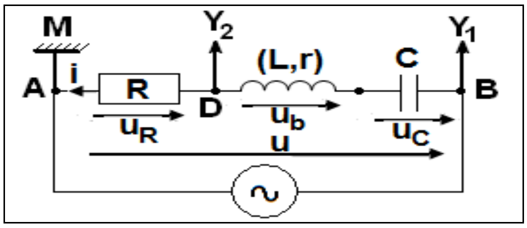


d) $P = R\,I^2 = R\,I'^2 \Rightarrow I = I' \Rightarrow Z = Z' \Rightarrow (L\,\omega - \frac{1}{C\omega})^2 = (L\,\omega' - \frac{1}{C\omega'})^2 \Rightarrow L\,\omega - \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{C\omega'} - L\,\omega' \Rightarrow$

$L\,(\omega + \omega') = \frac{1}{C}\,\frac{(\omega + \omega')}{\omega\,\omega'} \Rightarrow \omega\,.\,\omega' = \frac{1}{LC} = \omega_0^2 \Rightarrow N.N' = N_0^2 \Rightarrow N' = \frac{N_0^2}{N} = \frac{159^2}{250} = 101\text{Hz}.$

CORRIGE exercice 5

1) Pour visualiser u (t) et $u_R(t)$, il faut que le résistor et le GBF aient une borne commune.



2) a) $Z = \sqrt{(r+R)^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}$

$= \sqrt{(r+R)^2 + (2\pi LN - 1/2\pi CN)^2}$

b) $U_m = Z\,I_m$ et $U_{Rm} = R\,I_m$ avec $Z > R \Rightarrow U_m > U_{Rm}$
La courbe (A) a l'amplitude la plus grande ⇒
la courbe (A) correspond à la tension u (t).

3) a) $T = 8$ ms $\Rightarrow N = 1/T = 125$Hz. $U_m = 30$V et $U_{Rm} = 20$V.

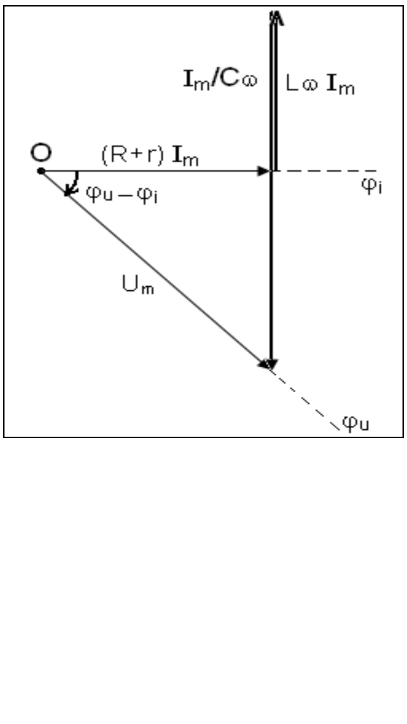
b) $|\varphi_u - \varphi_i| = \omega.\Delta t$ avec $\Delta t = T/8$ et $\varphi_i = \varphi_{uR} \Rightarrow |\varphi_u - \varphi_i| = 2\pi/T.\,T/8 = \pi/4$ rad.
u (t) en retard de phase par rapport à i (t) $\Rightarrow \varphi_u - \varphi_i = -\pi/4$ rad.
$\varphi_u - \varphi_i < 0 \Rightarrow$ Le circuit est capacitif.

4) i (t) = $I_m \sin(\omega\,t + \varphi_i)$ avec $I_m = U_{Rm}/R = 20/66 = 0{,}303$A ; $\omega = 2\pi N = 250\,\pi$ rad.s^{-1}.
$\varphi_u - \varphi_i = -\pi/4$ avec $\varphi_u = 0 \Rightarrow \varphi_i = \pi/4$ rad. Donc : $\boxed{\mathbf{i\,(t) = 0{,}303\,\sin(250\,\pi\,t + \pi/4)}}$

5) a) L'équation différentielle du circuit est : $(R+r)\,i + L\,\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i.dt = u$.

D'après Fresnel, cette équation devient :
$\vec{V_1}((R+r)\,I_m, \varphi_i) + \vec{V_2}\,(L\omega\,I_m, \varphi_i + \pi/2) +$
$\vec{V_3}\,(I_m/C\omega, \varphi_i - \pi/2) = \vec{V}\,(U_m, \varphi_u)$

circuit capacitif $\Rightarrow L\omega < 1/C\omega \Rightarrow \vec{V_3}$ plus long que $\vec{V_2}$.



♦ $\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{(R+r)I_m}{U_m} \Rightarrow r = \frac{U_m}{I_m}\cos(\varphi_u - \varphi_i) - R$

AN : $r = \frac{30}{0{,}303}\cos\frac{\pi}{4} - 66 = 4{,}01\Omega$

♦ $\sin|\varphi_u - \varphi_i| = \frac{(1/C\omega - L\omega)I_m}{U_m} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega^2} - \frac{U_m}{\omega I_m}\sin|\varphi_u - \varphi_i|$

AN : **L = 0,181H.**

b) $P = (R+r)\,I^2 = 1/2.\,(R+r)\,I_m^2 = 3{,}21$W.

6) a) Résonance d'intensité $\Rightarrow \omega = \omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 962$ rad.s^{-1}.
On doit régler la fréquence du GBF à $N_0 = \omega_0/2\pi = 153$ Hz.

b) $Q = \frac{U_C}{U} = \frac{L\omega}{R+r} = 2,47$. (il y a surtension).

c) $I_m = U_m/(R+r) = 3/7$ A et $\varphi_i = \varphi_u = 0$.

D'où $U_{Rm} = R\ I_m = 28,3$V et $\varphi_{uR} = \varphi_i = 0$. Donc $\boxed{u_R(t) = 28,3 \sin(962\,t)}$.

Aussi : $U_{Cm} = Q\ U_m = 74,1$V et $\varphi_{uC} = \varphi_i - \pi/2 = -\pi/2$ rad. Donc : $\boxed{u_C(t) = 74,1 \sin(962\,t - \pi/2)}$.

Correction exercice 6 :

1) a) La tension $u_1(t)$ est soit la tension $u_b(t)$ aux bornes de la bobine, soit $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.
u (t) est toujours en retard de phase par rapport à $u_b(t)$ et en avance de phase par rapport à $u_c(t)$.
Or $u_1(t)$ est en retard de phase par rapport à u(t), donc $u_1(t)$ est la tension aux bornes du condensateur.

b) Sur la figure (1) : u (t) et $u_1(t)$ sont en quadrature de phase $\Rightarrow \varphi_u - \varphi_{u1} = \pi/2$rad.

(Ou bien : $\varphi_u - \varphi_{u1} = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T}.\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}$ rad).

Or $\varphi_{u1} = \varphi_i - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_u - \varphi_i + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi_u - \varphi_i = 0$. Donc **le circuit est résistif.**

c) $Q = U_C/U = 24/12 \Rightarrow$ **$Q = 2$.** $\qquad I = U/Z = U/(r + R) = 12/50 \Rightarrow$ **$I = 0,24$A**

2) a) $Z_D = \sqrt{r^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}$

b) $U_D = Z_D.I$ et $U = Z.\ I$ avec $Z = \sqrt{(r+R)^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}$.

D'où $\frac{U_D^2}{U^2} = \frac{Z_D^2}{Z^2} = \frac{r^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}{(R+r)^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2} = \mathbf{1} - \frac{\mathbf{R^2 + 2rR}}{\mathbf{(R+r)^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}}$ $\qquad$ {car $r^2 = (r + R)^2 - (R^2 + 2\,r.R)$}.

c) A' la résonance d'intensité, $Z_D = r$ et $Z = r + R \Rightarrow \frac{\mathbf{U_D}}{\mathbf{U}} = \frac{r}{r+R} \Rightarrow U_D = \frac{r}{r+R}.U = \frac{10}{50}\text{x}12 = 2,4$V.

Sur la courbe de la figure (2), le minimum a pour ordonnée : $U_D = 2,4$V. Donc, ce minimum correspond à la résonance d'intensité.

Ou bien : $\frac{\mathbf{U_D^2}}{\mathbf{U^2}} = \mathbf{1} - \frac{\mathbf{R^2 + 2rR}}{\mathbf{(R+r)^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}} \Rightarrow$ A' la résonance d'intensité, $L\omega - 1/C\omega = 0 \Rightarrow U_D$ est minimale.

d) A' la résonance d'intensité, on lit $\omega = \omega_0 = 500$ rad.s^{-1}.

$Q = \frac{L\omega}{R+r} \Rightarrow L = \frac{Q(R+r)}{\omega} = \frac{2\times 50}{500} \Rightarrow$ **$L = 0,2$ H.**

$\omega^2 = 1/LC \Rightarrow C = 1/L\,\omega^2 = \frac{1}{0,2\times 500^2} \Rightarrow$ **$C = 2.10^{-5}$ F = 20 μF**.

e) La puissance moyenne consommée est : $P = W/T = (R+r).I^2 \Rightarrow W = (R+r).I^2.T$.

avec $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$. D'où : $W = (R+r).I^2.\frac{2\pi}{\omega_0}$ $\quad$ AN: $W = 50\text{x}0,24^2\ \text{x}2\pi/500 \Rightarrow$ **$W = 3,62.10^{-2}$J.**

3) On prend C = 20 μF et **on change L.**

a) $\varphi_u - \varphi_{u1} = \omega.\Delta t = \frac{2\pi}{T}.\frac{5T}{12} = \frac{5\pi}{6}$ rad

$\varphi_u - \varphi_i = \varphi_u - \varphi_{u1} - \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3}$ rad.

D'où $\varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{3}$ rad $> 0 \Rightarrow$ Le circuit est inductif.

b) Sur la figure 3, on lit **$U_1 = 9{,}6$V**.

$\cos(\varphi_u - \varphi_i) = (R+r)/Z \Rightarrow Z = (R+r) / \cos(\varphi_u - \varphi_i) = 100\ \Omega$.

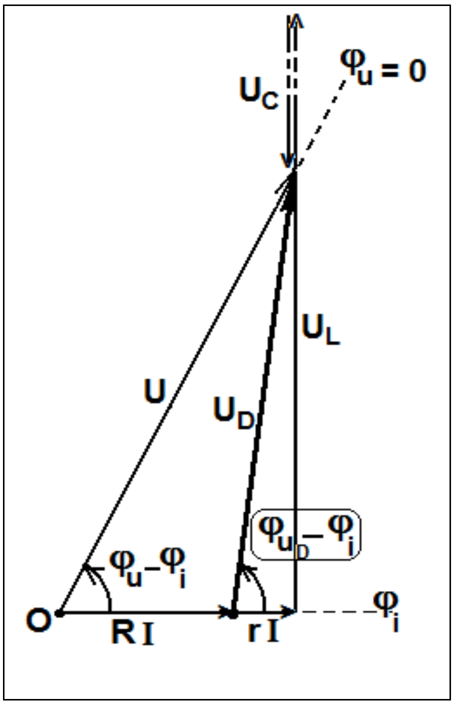
D'où: $I = U/Z = 12/100 \Rightarrow$ **$I = 0{,}12$A.**

$U_1 = I/C\omega \Rightarrow \omega = I/C\,U_1 = 0{,}12/(20.10^{-6} \times 9{,}6) \Rightarrow$ **$\omega = 625$ rad.s^{-1}.**

c) Diagramme de Fresnel :

L'équation différentielle : $(R+r)\,i + L\,di/dt + 1/C.\int i dt = u$

Avec $u_D = r\,i + L\,di/dt + 1/C.\int i dt$



d) $u_D(t) = U_{Dm} \sin(\omega t + \varphi_{uD})$

$U_L - U_C = U.\sin(\varphi_u - \varphi_i) = 6.\sqrt{3}$ V

$U_D = \sqrt{(rI)^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{(1{,}2)^2 + (6\sqrt{3})^2} = 10{,}5$V

$\mathrm{tg}(\varphi_{uD} - \varphi_i) = (U_L - U_C)/r\,I = 6.\sqrt{3}/1{,}2 = 8{,}66 \Rightarrow \varphi_{uD} - \varphi_i = 1{,}46$ rad

$\varphi_u = 0 \Rightarrow \varphi_i = -\frac{\pi}{3}$ rad et $\varphi_{uD} = 1{,}46 - \frac{\pi}{3} = 0{,}41$ rad.

D'où : $\boxed{u_D(t) = 10{,}5\sqrt{2}\sin(625\,t + 0{,}41)}$

Correction 7 : $u(t) = U\sqrt{2}\sin \omega t$ avec U = 10V ($\varphi_u = 0$). R = 20 Ω et C = 4μF

1) Loi des mailles : $u_R + u_C + u_b = u$

D'où l'équation différentielle : $(R+r)\,i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i dt = u$

2) Dans la courbe de résonance $I(\omega)$, le seul point remarquable est le sommet d'abscisse ($\omega = \omega_0$) et d'ordonnée $I = U/(r+R)$ correspondant à la résonance de i.

a) On lit **$\omega_0 = 500\,\pi$ rad.s^{-1}.**

b) $\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2} = \frac{1}{4.10^{-6} \times (500\pi)^2} = 0{,}1$H (avec $\pi^2 = 10$) $\Rightarrow$ **L = 0,1H.**

c) A la résonance de i, on a $Z = r + R = \frac{U}{I}$ avec I = 0,4A (courbe) $\Rightarrow r = \frac{U}{I} - R = 5\ \Omega \Rightarrow$ **r = 5 Ω.**

3) $Q = \frac{1}{(R+r)C\omega} \Rightarrow Q = 6{,}37$ (ou $Q = \frac{L\omega}{R+r} = 6{,}28$) et $U_C = Q\,U \Rightarrow$ **$U_C = 63{,}7$ V.**

4) $E = \frac{1}{2}C\,u_C^2 + \frac{1}{2}Li^2 \Rightarrow \frac{dE}{dt} = C\,u_C\frac{du_C}{dt} + Li\frac{di}{dt} = i\,(u_C + u_L) = i\,[u - (r+R)\,i]$

A la résonance de i : $(r+R)\,i = (r+R)\,I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) = u$ car $(r+R)\,I_m = U_m$ et $\varphi_i = \varphi_u$

$\Rightarrow u - (r+R)\,i = 0 \Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow E = $ cte.

Ou bien: $u_C = U_{Cm}\sin(\omega t + \varphi_i - \pi/2) = -U_{Cm}\sin(\omega t + \varphi_i + \pi/2)$ et $u_L = U_{Lm}\sin(\omega t + \varphi_i + \pi/2) = -u_C$ car $U_{Lm} = U_{Cm} \Rightarrow u_C + u_L = 0$.

Valeur de E : E = cte = $\frac{1}{2}L\,I_m^2 = L\,I^2$ ou $E = \frac{1}{2}C\,U_{Cm}^2 = C\,U_C^2 \Rightarrow$ **$E = 1{,}62.10^{-2}$J.**

5) I = 0,3A et $\omega < \omega_0 \Rightarrow \omega = 400\pi$ rad.s^{-1}.

Expression de i(t) : $i(t) = Im \sin(\omega t + \varphi_i)$

$\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{R+r}{Z} = \frac{(R+r)I}{U} = 0{,}75 \Rightarrow \varphi_u - \varphi_i = -0{,}72$rad $< 0 \Rightarrow \varphi_i = 0{,}72$ rad car $\varphi_u = 0$.

D'où : **$i(t) = 0{,}3\sqrt{2}\sin(400\pi\,t + 0{,}72)$**

Expression de ub (t) : $u_b(t) = U_{bm}\sin(\omega t + \varphi_{ub})$

$U_b = Z_b\,I = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}\ I = 37{,}7$ V et $\mathrm{tg}(\varphi_{ub} - \varphi_i) = L\omega/r = 25{,}1 \Rightarrow \varphi_{ub} - \varphi_i = 1{,}53$rad $\Rightarrow \varphi_{ub} = 2{,}25$ rad.

D'où : **$u_b(t) = 37{,}7\sqrt{2}\sin(400\pi\,t + 2{,}25)$**

Corrigé 8 : $u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_u)$ avec U = 30V et $\omega = 10^3$ rad.s^{-1}.

1) Les tensions observées sont $u_R(t)$ sur la voie 1 et u (t) sur la voie 2.

$u_R(t)$ et i (t) sont de même ω que u(t) $\Rightarrow$ Le circuit est en oscillations forcées.

C'est un **circuit inductif** car u(t) est en avance de phase / i(t) : $\varphi_u - \varphi_i > 0$ (car $\varphi_i = \varphi_{uR}$)

2) $\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \omega\,\Delta t$ avec $\Delta t = T/6$ (1div) $\Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi/T.T/6 = \pi/3$ rad.

3) a) $U_R = 2{,}5\ U = 12V \Rightarrow I = \frac{U_R}{R} = \frac{12}{10} = 1{,}2A$

b) $Z = \frac{U}{I} = \frac{30}{1{,}2} = 25\ \Omega$.

4) A t = 0 : $u = U_m \Rightarrow \sin\varphi_u = 1 \Rightarrow \varphi_u = \pi/2$ rad

et $\varphi_i = \pi/2 - \pi/3 = \pi/6$ rad.

D'où $u(t) = 30\sqrt{2}\sin(10^3 t + \pi/2)$

et $i(t) = 1{,}2\sqrt{2}\sin(10^3 t + \pi/6)$

5) a) $R\,i + r\,i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt = u$.

Fresnel : $V_R + V_r + V_L + V_C = V$

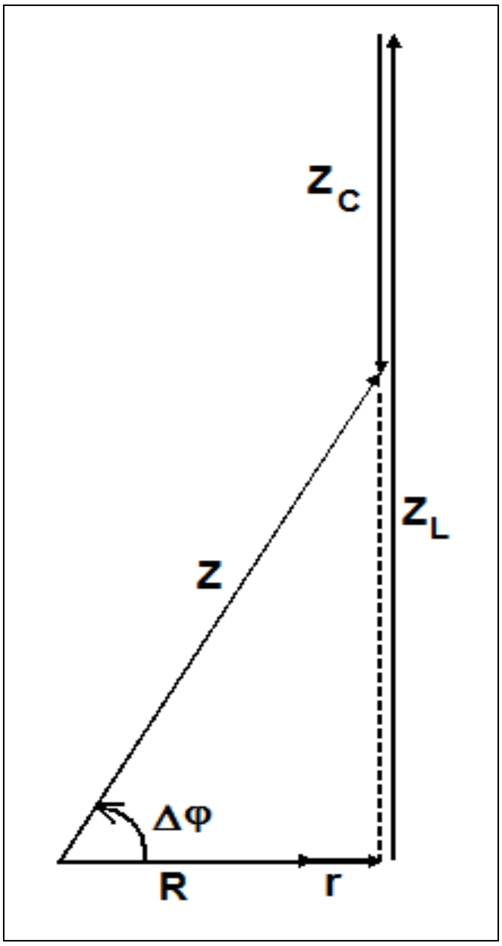
$R\,i \longrightarrow V_R(R, \varphi_i)$ avec R = 10 Ω → 4 cm

$u \longrightarrow V(Z, \varphi_u)$ avec Z = 25 Ω → 10 cm

et $\varphi_u - \varphi_i = \pi/3$ rad (60°).

$u_C \longrightarrow V_C(Z_C, \varphi_i - \pi/2)$ avec $Z_C = U_C/I = \frac{18}{1{,}2} = 15\ \Omega$ → 6 cm

On représente ces 3 vecteurs, puis on complète le diagramme par les vecteurs $V_r(r, \varphi_i)$ et $V_L(Z_L, \varphi_i + \pi/2)$.



b) Graphiquement :

V_r mesure 1cm $\Rightarrow$ r = 1x 2,5 $\Rightarrow$ **r = 2,5 Ω.**

V_L mesure 14,6 cm $\Rightarrow L\omega = 14{,}6 \times 2{,}5 = 36{,}5\ \Omega$.

D'où **L = 36,5.10^{-3} H.**

Par calcul : $r = Z\cos\Delta\varphi - R = 2{,}5\ \Omega$.

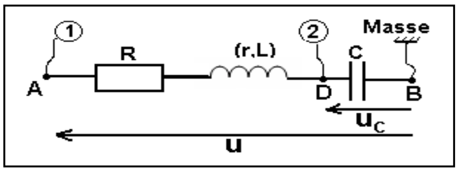
$L\omega = Z\sin\Delta\varphi + Z_C = 36{,}65\ \Omega \Rightarrow L = 36{,}7.10^{-3}$ H.

CORRECTION 9 : $u(t) = U\sqrt{2}\sin 2\pi N t$ avec U = 12V

I) 1) I prend sa valeur maximale $I_0 \Rightarrow$ Le circuit est à la résonance d'intensité.

$U_R = R\,I_0 \Rightarrow R = \frac{U_R}{I_0} = \frac{9{,}6}{0{,}24} = 40\Omega$. $\qquad U = Z\,I_0 = (R + r)\,I_0 \Rightarrow r = \frac{U}{I_0} - R = 10\Omega$.

2) a) Schéma du montage et branchement.



b) $\varphi_u - \varphi_{uc} = \varphi_u - \varphi_i + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} > 0$ car $\varphi_u = \varphi_i$ Donc $u_C(t)$ est en retard de phase par rapport à u (t) $\Rightarrow$ La courbe (2) est celle de $u_C(t)$.

c) $Q = \frac{U_C}{U}$ avec U = 12V (2,4 divisions) et U_C = 19 V (3,8 divisions)

Q = 1,58.

d) ♦ $Z_C = \frac{U_C}{I_0} = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi N_0 C} \Rightarrow C = \frac{I_0}{2\pi N_0 U_C}$ $\qquad$ AN : **C = 12,6 μF.**

♦ $2\pi N_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 C} = \frac{U_C}{2\pi N_0 I_0}$ $\qquad$ AN : **L = 79,2.10^{-2} H.**

3) a) $u(t) = U_m\sin(\omega t + \varphi_u)$

$u_C(t) = U_{Cm}\sin(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2}) = -U_{Cm}\cos(\omega t + \varphi_u)$ $\quad (\varphi_{uc} = \varphi_i - \frac{\pi}{2} = \varphi_u - \frac{\pi}{2})$

$\frac{u^2}{U_m^2} + \frac{u_C^2}{U_{Cm}^2} = 1 \Rightarrow u_C^2 = -\frac{U_{Cm}^2}{U_m^2}.u^2 + U_{Cm}^2$. D'où : $\boxed{u_C^2 = -Q^2.u^2 + 2U_C^2}$

b) $E = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$ avec $i = \frac{u}{R+r} \Rightarrow E = \frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} \frac{L}{(R+r)^2} u^2$.

♦ $E = \frac{1}{2} \frac{L}{(R+r)^2} u^2 + \frac{1}{2} C (-Q^2.u^2 + 2U_C^2)$. Or $Q^2 = \frac{L^2\omega_0^2}{(R+r)^2} = \frac{L}{C(R+r)^2} \Rightarrow \boxed{E = C\,U_C^2 = cte}$

AN : $E = 12{,}64.10^{-6} \times 19^2 = 4{,}56.10^{-3}$ J.

II) $N_1 < N_0 \Rightarrow$ Le circuit est <u>capacitif</u>.

a) $Z = \frac{U}{I_1} = \frac{12}{92{,}3.10^{-3}} = 130\ \Omega$.

b) Diagramme des impédances :

$R + r = 50\ \Omega \longrightarrow 2{,}5$ cm

$Z = 130\ \Omega \longrightarrow 6{,}5$ cm

Calculons Z_C et Z_L.

$(Z_C - Z_L)^2 = Z^2 - (R+r)^2 \Rightarrow$

$Z_C - Z_L = \sqrt{(130^2 - 50^2)} = 120\Omega$

$Z_C \,.\, Z_L = \frac{L}{C} = 6{,}27.10^3$

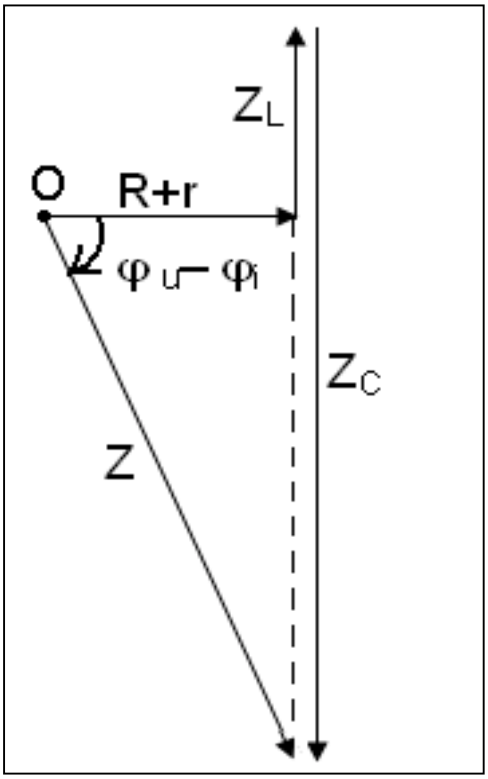
$Z_C\,(Z_C - 120) = 6{,}27.10^3 \Rightarrow$

$Z_C^2 - 120\, Z_C - 6{,}27.10^3 = 0 \Rightarrow$

$Z_C = 60 + \sqrt{60^2 + 6{,}27.10^3} = 159\Omega$

D'ou : $Z_C = 159\Omega \longrightarrow 8$ cm

$Z_L = 39\ \Omega \longrightarrow 2$cm



c) $Z_C = \frac{1}{C\omega_1} = \frac{1}{2\pi N_1 C} \Rightarrow N_1 = \frac{1}{2\pi C Z_C} = 79{,}2$ Hz

(ou $Z_L = L\,\omega_1 = 2\,\pi\, N_1 L \Rightarrow N_1 = \frac{Z_L}{2\pi L} = 78{,}4$ Hz.

d) $i\,(t) = I_1 \sqrt{2} \sin(2\,\pi\, N_1\, t + \varphi_i)$

$\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{R+r}{Z} = 0{,}385 \Rightarrow (\varphi_u - \varphi_i) = -1{,}18$ rad $\Rightarrow \varphi_i = 1{,}18$ rad

D'où : $i\,(t) = 92{,}3.10^{-3} \sqrt{2} \sin(158\pi\, t + 1{,}18)$.

<u>Corrigé</u> 10 : 1) a- $N_1 = 1/T_1 = 1/6.10^{-3} = 167$Hz

b- $U_m = 4$V et $U_{BM} = 1$V

c- $\varphi_{uR} - \varphi_u = \pi/3$ rad (u_R en avance de phase et $\Delta t = T/6$)

2) $I_m = U_{Rm}/R = 0{,}1$A $\quad \varphi_{uR} = \varphi_I = \pi/3 \quad i(t) = 0{,}1 \sin(10^3\,\pi/3\; t + \pi/3)$

3) $Z = U_m/\,I_m = 40\ \Omega$.

$r = Z\cos(\varphi_u - \varphi_i) - R = 10\ \Omega$.

$C = 1/\omega(Z \sin|\varphi_u - \varphi_i| + L\,\omega) = 1{,}44\ \mu$F

4) a) Montrons que, en général, si $U_{AB} + U_{BM} = U$ alors le circuit est en résonance d'intensité.

$U_{AB} + U_{BM} = U \Rightarrow Z_{AB} + Z_{BM} = Z \Rightarrow R + \sqrt{r^2+(L\omega-1/C\omega)^2} = \sqrt{(R+r)^2+(L\omega-1/C\omega)^2}$

$\Rightarrow R^2 + 2\,R\sqrt{r^2+(L\omega-1/C\omega)^2} + r^2 + (L\omega-1/C\omega)^2 = (R+r)^2 + (L\omega-1/C\omega)^2$

$\Rightarrow 2R\sqrt{r^2+(L\omega-1/C\omega)^2} = 2\,Rr \Rightarrow \sqrt{r^2+(L\omega-1/C\omega)^2} = r \Rightarrow (L\omega-1/C\omega)^2 = 0 \Rightarrow L\omega = 1/C\omega$

et par suite $\omega = \omega_0$.

Dans cet exercice, on peut calculer $Z = U_m/\,I_m = R\,U_m/\,U_{BMm} = 2\,R = 20\Omega \Rightarrow Z = R + r$ est minimale...

Ou bien $U_{ABm} = U_{BMm} = 2V \Rightarrow Z_{AB} = Z_{BM} \Rightarrow \sqrt{r^2+(L\omega-1/C\omega)^2} = R \Rightarrow (L\omega-1/C\omega)^2 = 0$ car $R = r$.

Calcul de I_0 : $I_{0m} = U_{BMm}/R = 0{,}2$ A $\Rightarrow I_0 = 0{,}2/\sqrt{2} = 0{,}141$A

b) $N_2 = N_0 = 1/2\pi\sqrt{LC} = 171$Hz.

c) $Q = L\omega_0/(R + r) = 32{,}2$.